УДК 618.2.08:531.3 DOI 10.21685/2307-4205-2019-2-5

В. С. Михайлов

НЕЯВНЫЕ ОЦЕНКИ ДЛЯ ПЛАНА С ОГРАНИЧЕННЫМ ВРЕМЕНЕМ ИСПЫТАНИЙ И ВОССТАНОВЛЕНИЕМ ИЗДЕЛИЙ В СЛУЧАЕ ВОЗНИКНОВЕНИЯ ОТКАЗА

V. S. Mikhaylov

IMPLICIT ESTIMATES FOR A PLAN WITH LIMITED TEST TIME AND PRODUCT RECOVERY IN THE EVENT OF A FAILURE

Аннотация. *Целью* настоящей работы является построение оценки, заданной в неявном виде и близкой по своим свойствам к эффективной оценке, основанной на интегральном подходе, для испытаний, проводимых в соответствии с планом типа *NB*τ. *Методы.* Для нахождения эффективной оценки использовались интегральные числовые характеристики точности оценки, а именно: суммарный квадрат смещения (уклонения) ожидаемой реализации некоторого варианта оценки от всех возможных значений оцениваемой характеристики по различным значениям параметра пуассоновского з.р., характеризующего поток отказов совокупности испытуемых изделий. *Результаты и выводы.* 1. Интегральный подход показал свою эффективность при выявлении свойств неявно заданных оценок. 2. Неявно заданная оценка СНДО $\overline{T}$ (формула (6)) является эффективной среди предложенных смещенных оценок. Для безотказных испытаний оценку $\overline{T}$ можно применять как для плана типа $NB\tau$, так и для плана типа NБτ. 3. В качестве оценки ВБР всегда следует использовать традиционную несмещенную оценку (формула (11)), кроме безотказных испытаний. В этом случае следует использовать смещенную, эффективную и неявно заданную оценку ВБР $\ddot{P}=\exp\left(-\frac{g}{\ddot{T}}\right)$ (формула (9)). Для безотказных испытаний оценку $\ddot{P}$ можно применять как для плана типа $NB\tau$, так и для плана типа NБτ.

Ключевые слова: пуассоновский закон распределения; экспоненциальное распределение; план испытаний; точечная оценка.

Abstract. *Background*. The purpose of this paper is to construct an estimate that is implicitly defined and close in its properties to an effective estimate based on an integral approach for tests conducted in accordance with a plan of type $NB\tau$. *Methods*. To find an effective estimate, we used the integral numerical characteristics of the accuracy of the estimate, namely, the total square of the displacement (deviation) of the expected realization of a certain valuation variant from all possible values of the estimated characteristic from the different values of the parameter of the Poisson crt characterizing the failure flow of the set of products under test. *Results and conclusions.* 1. The integral approach has shown its effectiveness in identifying the properties of implicitly given estimates. 2. An implicitly given estimate of the mean time to failure $\overline{T}$ (formula (6)) is effective among the proposed biased estimates (Table 1). For fault-free testing, the $\overline{T}$ estimate can be applied to both the $NB\tau$ type plan and the $NB\tau$ type plan. 3. As an estimate of the probability of failure-free operation, a traditional unbiased estimate (formula (11)) should always be used, except for fail-safe tests. In this case, a biased, effective and implicitly defined probability of failure-free operation $\ddot{P}=\exp\left(-\frac{g}{\ddot{T}}\right)$ (formula (9)) should be used. For fault-free testing, the evaluation of $\ddot{P}$ can be applied to both the $NB\tau$ type plan and the NБ τ -type plan.

Keywords: Poisson distribution law; exponential distribution; test plan; point estimation.

Будем рассматривать пуассоновский поток отказов [1], который возникает при проведении испытаний по плану типа *NB*τ, где *N* – число испытуемых однотипных изделий; τ – наработка (одинаковая для каждого изделия); *B* – характеристика плана, означающая, что работоспособность изделия после каждого отказа в течение срока испытаний восстанавливается [1]. При этом будем считать, что наработка до отказа изделий подчиняется экспоненциальному закону распределения вероятностей (далее – з.р.) с параметром T_0, где последний совпадает со средней наработкой до отказа (далее – СНДО). Тогда расчетное значение вероятности безотказной работы (далее – ВБР) одного изделия за заданное время τ будет определяться равенством

$$P_0(\tau) = e^{\left(-\frac{\tau}{T_0}\right)}. \tag{2}$$

Для плана типа *NB*τ достаточной статистикой является число наблюдаемых отказов (r) [1, 2]. Обозначим случайное число отказов через *R*, тогда для плана испытаний типа *NB*τ случайная величина *R* (далее – с.в.) имеет пуассоновское распределение $L(r;\Delta)$ с параметром $\Delta = N\tau / T_0$ [1, 2]. Тогда по определению *r* – реализация с.в. *R*. С другой стороны, *R* – сумма с.в. X_i, каждая из которых есть случайное число отказов одного из *N* изделий (1 < *i* < *N*), поставленных на испытания. X_i имеют пуассоновское распределение с параметром Δ / N:

$$L(r;\Delta) = \sum_{k=0}^{X_1+\ldots+X_N=r} e^{-\Delta} \frac{\Delta^k}{k!}. \tag{2}$$

Целью настоящей работы является построение оценки, заданной в неявном виде и близкой по своим свойствам к эффективной оценке, основанной на интегральном подходе [3–5], для испытаний, проводимых в соответствии с планом типа *NB*τ.

Заметим, что для функции от параметра φ(Δ) = 1/Δ не существует несмещенной оценки по результатам испытаний одного изделия [6]. А следовательно, для плана типа *NB*τ (*N* = 1) невозможно получить несмещенную точечную оценку СНДО, поэтому смещенные точечные оценки – необходимый инструмент при оценивании СНДО.

Будем строить оценку, заданную в неявном виде, используя приемы построения доверительных интервалов. Функция $L(r;\Delta)$ убывает по Δ, и, следовательно, для построения одностороннего доверительного интервала $P(T_{0\text{н}}\left(\frac{1}{\Delta_\text{в}}\right) < T_0)$ или $P(T_{0\text{в}}\left(\frac{1}{\Delta_\text{н}}\right) > T_0)$ можно воспользоваться рекомендациями [2, ф. 2.14.14], а именно:

$$L(r;\Delta_\text{н}) = 1-\alpha = \gamma \text{ или } L(r;\Delta_\text{в}) = \alpha = 1-\gamma, \tag{3}$$

где γ – доверительная вероятность, α – уровень доверия. Решение уравнений (формула (3)) позволяет найти доверительные границы ($\Delta_\text{в}$ и $\Delta_\text{н}$). Доверительное оценивание является дополнительным инструментом, который позволяет оценивать вероятность уклонения точечной оценки параметра надежности от его истинного значения [1]. Вероятность уклонения точечной оценки параметра надежности от его истинного значения вместе с доверительными границами служит уровнем доверия к результатам испытаний.

Если полученный интервал ($\Delta_\text{в}$ и $\Delta_\text{н}$) свести в точку, то доверительные границы этого интервала совпадут, т.е. $\Delta_\text{в}$ станет равной $\Delta_\text{н}$. Что определит точечную оценку $\hat{\Delta} = \Delta_\text{в} = \Delta_\text{н}$. Такой результат возможен в единственном случае, когда $\gamma = \alpha = 1-\gamma = 0{,}5$, что определяет единственность оценки $\hat{\Delta}$.

Воспользуемся формулой (2) и изучим свойства оценки $\hat{\Delta}$, получаемой из уравнения

$$L(r;\Delta) = \sum_{k=0}^{r} e^{-\Delta}\frac{\Delta^k}{k!} = 0{,}5 \text{ или } \varepsilon(\Delta) = \ln(2) + \ln\left(\sum_{k=0}^{r}\frac{\Delta^k}{k!}\right) - \Delta. \tag{4}$$

Минимизируя абсолютную величину $\varepsilon(\Delta)$ с необходимой точностью, получим искомую точечную оценку параметра Пуассона $\hat{\Delta} = \hat{\Delta}(R)$. Имея оценку $\hat{\Delta}$, легко получить оценку СНДО $\hat{T} = \frac{N\tau}{\hat{\Delta}} = \frac{\nu}{\hat{\Delta}}$ или оценку ВБР $\hat{P}(\tau) = e^{\left(-\frac{\tau}{\hat{T}}\right)} = e^{\left(-\frac{\hat{\Delta}}{N}\right)}$.

Оценка СНДО $\hat{T} = \dfrac{\mathrm{N}\tau}{\hat{\Delta}(R)} = v\varphi(\mathrm{R})$, т.е. оценка $\hat{T}$ принадлежит классу смещенных оценок $\hat{\theta}(R,v)$ представимых в виде $\hat{\theta}(R,v) = v\varphi(R)$. В основе сравнения этих оценок лежит функционал (далее – $A(\hat{\theta})$) [3]:

$$A(\hat{\theta}) = \int_0^\infty \left(\frac{1}{\theta(T_0)}\right)^2 \left\{E\hat{\theta}(R,N,\tau) - \theta(T_0)\right\}^2 \partial\Delta . \qquad (5)$$

В табл. 1 приведены результаты подстановки в функционал $A(\hat{\theta}(R,v))$ в соответствии с формулой (5) следующих оценок СНДО:

– неявно заданная оценка $\hat{T} = \dfrac{v}{\hat{\Delta}(R)}$;

– интегральная эффективная оценка на классе смещенных оценок $\hat{\theta}(R,v)$, представимых в виде $\hat{\theta}(R,v) = \dfrac{v}{R+1} + vf(\mathrm{R})$, а именно:

$$T_{01} = 2NT,\ \text{при } r = 0 \text{ и } T_{01} = \frac{NT}{r+1},\ \text{при } r > 0;$$

и оценок вида

– $T_{02} = 2NT$, при $r = 0$ и $T_{02} = \dfrac{NT}{r}$, при $r > 0$;

– $T_{03} = \dfrac{NT}{r+1}$;

– $T_{04} = 6NT$, при $r = 0$ и $T_{04} = \dfrac{NT}{r+0,5}$, при $r > 0$.

Таблица 1

Результаты подстановки оценок СНДО в функционал $A(\hat{\theta}(R,v))$ в соответствии с формулой (5)

Функционал	$\hat{T}$	T_{01}	T_{02}	T_{03}	T_{04}
$A(\hat{\theta}(R,v))$	0,370	0,250	1,437	0,500	5,36

Из табл. 1 следует, что оценка T_{01} обладает минимальным суммарным смещением из числа предложенных оценок. Однако смещение оценки $\hat{T} = \dfrac{v}{\hat{\Delta}(R)}$ можно уменьшить, если представить ее в следующем измененном виде:

$$\begin{cases} \overline{T} = \dfrac{1,5v}{\hat{\Delta}(R)},\ R = 0, \\ \overline{T} = \dfrac{v}{\hat{\Delta}(R) + 0,5},\ R > 0. \end{cases} \qquad (6)$$

Тогда $A(\overline{T}(R,v)) = 0,2344$, что меньше значения функционала для эффективной оценки $A(T_{01}(R,v)) = 0,25$ [4]. Такое возможно потому, что оценка $\overline{T}$ задана неявным способом и принадлежит классу оценок $\overline{T} \in X$, которые представимы в виде $\hat{\theta}(R,v) = v\varphi(\mathrm{R})$ – класс оценок $\hat{\theta} \in Z$

(класс оценок $\overline{T} \in X \in Z$) и не представимы в виде $\hat{\Omega}(R,v)=\dfrac{v}{R+1}+vf(R)$ – класс оценок $\hat{\Omega}\in Y \in Z$ [4] $\left(\overline{T}\in X\right)\notin\left(\hat{\Omega}\in Y\right)$, т.е. более широкий класс оценок Z включает в себя отличимые по этому признаку классы оценок Y и X $\left(X+Y\in Z\right)$. Этим показано, что поиск эффективных оценок следует искать, в том числе, и на классе оценок заданных неявно вне класса Y.

Полученную оценку $\overline{T}$ можно рекомендовать в качестве эффективной оценки наравне с оценкой T_{01}, которая является абсолютно эффективной на классе оценок представимых в виде $\hat{\Omega}(R,v)=\dfrac{v}{R+1}+vf(R)$ [4]. Однако, как показано в табл. 2, разброс значений оценки $\overline{T}$ шире разброса значений оценок $\hat{T}$ и T_{01}. Такое приобретенное нежелательное свойство оценки $\overline{T}$ является следствием процесса подбора уменьшения смещения оценки $\hat{T}$. Поэтому оценка T_{01} как более простая в сравнении с $\overline{T}$ продолжает играть свою роль эффективной оценки. Для безотказных испытаний оценки $\overline{T}$ и T_{01} можно применять как для плана типа $NB\tau$, так и для плана типа NБτ (Б – без восстановления).

Рассмотрим функционал (далее – $B\left(\hat{\theta}\right)$), основанный на суммировании математических ожиданий квадратов относительных уклонений оценок $\hat{\theta}(R,N,\tau)$ от $\theta(T_0)$ для всех возможных значений T_0, N и τ, а именно:

$$B\left(\hat{\theta}\right)=\int_0^{\infty}\left(\frac{1}{\theta(T_0)}\right)^2 E\left\{\hat{\theta}(R,N,\tau)-\theta(T_0)\right\}^2\partial\Delta. \tag{7}$$

С помощью функционала $B\left(\hat{\theta}\right)$ можно оценить разброс значений всех предложенных оценок (см. табл. 1 и 2). Результаты подстановки оценок СНДО в функционал $B\left(\hat{\theta}(R,v)\right)$ в соответствии с формулой (7) приведены в табл. 2.

Таблица 2

Результаты подстановки оценок СНДО в функционал $B\left(\hat{\theta}(R,v)\right)$ в соответствии с формулой (7)

Функционал	$\hat{T}$	$\overline{T}$	T_{01}	T_{02}	T_{03}	T_{04}
$B\left(\hat{\theta}(R,v)\right)$	6,47	9,50	8,63	12,84	4,64	65,69

Из табл. 2 следует, что минимальным разбросом обладает оценка T_{03}, а эффективная оценка $\overline{T}$ уступает многим из предложенных оценок по этому показателю.

Рассмотрим оценки ВБР за временной отрезок g вида $\hat{\theta}(R,v,g)=e^{-g/\ddot{T}}$, где $\ddot{T}$ – некоторая оценка СНДО (см. табл. 1 и 2).

В основе сравнения оценок ВБР по величине суммарного смещения лежит функционал (далее – $G\left(\hat{\theta}(R,v,g)\right)$) [4] вида

$$G\left(\hat{\theta}\right)=\lim_{\delta\to0}\frac{1}{J}\sum_{j=1}^{J}\lim_{\delta\to0}\frac{1}{I}\sum_{i=1}^{I}\int_0^{\infty}\left\{\sum_{k=0}^{\infty}\hat{\theta}(k,v_i,g_i)e^{-\Delta}\frac{\Delta^k}{k!}-e^{\left(-\frac{g_i\Delta}{v_i}\right)}\right\}^2\partial\Delta, \tag{8}$$

где δ – шаг суммирования, $I=\dfrac{v_2-v_1}{\delta}$ и $J=\dfrac{g_2-g_1}{\delta}$ – число шагов суммирования, $v\in[v_1;v_2]$ и $g\in[g_1;g_2]$ представляют из себя некоторый отрезок суммирования на числовой оси, который выбирается исходя из задач надежности. Так как величина функционала $G\left(\hat{\theta}(R,v,g)\right)$ с изменением границ интервалов для v или g может стремиться как к нулю, так и к бесконечности, то следует ограничиваться рабочим диапазоном объема испытаний и времени ВБР, чтобы получить возможность сравнивать значения функционала для различных оценок. Реальный объем испытаний может колебаться в пределах от 1000 до 100 000 ч, а время ВБР – в пределах от 1000 до 100 000 ч, в зависимости от сложности и надежности испытуемого объекта. Результаты подстановки оценок ВБР в функционал $G\left(\hat{\theta}(R,v,g)\right)$ в соответствии с формулой (8) приведены в табл. 3.

Таблица 3

Результаты подстановки оценок ВБР в функционал $G\left(\hat{\theta}(R,v,g)\right)$ в соответствии с формулой (8)

Функционал	$\exp\left(-\frac{g}{\hat{T}}\right)$	$\exp\left(-\frac{g}{\ddot{T}}\right)$	$\exp\left(-\frac{g}{T_{01}}\right)$	$\exp\left(-\frac{g}{T_{02}}\right)$	$\exp\left(-\frac{g}{T_{03}}\right)$	$\exp\left(-\frac{g}{T_{04}}\right)$
$G\left(\hat{\theta}(R,v,g)\right)$	0,0410	0,0157	0,0346	0,0300	0,0641	0,0156

Из табл. 3 следует, что эффективной оценкой из числа предложенных является оценка $\exp\left(-\frac{g}{T_{04}}\right)$. Однако смещение неявно заданной оценки $\exp\left(-\frac{g}{\hat{T}}\right)$ можно уменьшить, если изменить числитель оценки $\hat{T}$ и представить измененную оценку $\hat{T}$ в следующем виде:

$$\begin{cases} \ddot{T} = \dfrac{4*v}{\hat{\Delta}(R)}, R = 0, \\ \ddot{T} = \dfrac{v}{\hat{\Delta}(R)}, R > 0. \end{cases} \qquad (9)$$

Тогда функционал примет значение $G\left(\ddot{P} = \exp\left(-\frac{g}{\ddot{T}}\right)\right) = 0{,}0157$, что меньше, чем у всех представленных оценок в табл. 3, кроме оценки $\exp\left(-\frac{g}{T_{04}}\right)$, что позволяет также считать оценку $\ddot{P} = \exp\left(-\frac{g}{\ddot{T}}\right)$ эффективной в сравнении с предложенными и ее можно использовать в случае безотказных испытаний типов $NB\tau$ и NБτ.

Рассмотрим функционал, подобный функционалу $G\left(\hat{\theta}\right)$ (далее – $S\left(\hat{\theta}\right)$), но основанный на суммировании математических ожиданий квадратов относительных уклонений оценок $\hat{\theta}(R,v,g)$ от $P = \exp\left(-\frac{g}{T_0}\right)$ для всех возможных значений T_0, v и g, а именно:

$$S\left(\hat{\theta}\right) = \lim_{\delta\to 0}\frac{1}{J}\sum_{j=1}^{J}\lim_{\delta\to 0}\frac{1}{I}\sum_{i=1}^{I}\int_0^{\infty}\sum_{k=0}^{\infty} e^{-\Delta}\frac{\Delta^k}{k!}\left\{\hat{\theta}(k,v_i,g_i) - e^{\left(-\frac{g_i\Delta}{v_i}\right)}\right\}^2 \partial\Delta. \qquad (10)$$

С помощью функционала $S\left(\hat{\theta}\right)$ можно оценить разброс значений всех предложенных оценок (см. табл. 3 и 4). Результаты подстановки оценок ВБР в функционал $S\left(\hat{\theta}(R,v,g)\right)$ в соответствии с формулой (10) приведены в табл. 4.

Таблица 4

Результаты подстановки оценок ВБР в функционал $S\left(\hat{\theta}(R,v,g)\right)$ в соответствии с формулой (10)

Функционал	$\exp\left(-\frac{g}{\hat{T}}\right)$	$\exp\left(-\frac{g}{\ddot{T}}\right)$	$\exp\left(-\frac{g}{T_{01}}\right)$	$\exp\left(-\frac{g}{T_{02}}\right)$	$\exp\left(-\frac{g}{T_{03}}\right)$	$\exp\left(-\frac{g}{T_{04}}\right)$
$S\left(\hat{\theta}(R,v,g)\right)$	0,0824	0,1187	0,0851	0,0856	0,0915	0,1202

Из табл. 4 следует, что смещенная и неявно заданная оценка $\exp\left(-\frac{g}{\hat{T}}\right)$ обладает минимальным разбросом. Однако эффективная оценка $\ddot{P}=\exp\left(-\frac{g}{\ddot{T}}\right)$ лишь незначительно уступает ей в этом показателе. С другой стороны, оценка $\dot{P}=\exp\left(-\frac{g}{T_{04}}\right)$ как более простая в сравнении с $\ddot{P}=\exp\left(-\frac{g}{\ddot{T}}\right)$ может также считаться эффективной оценкой.

При вычислениях функционалов $G\left(\hat{\theta}(R,v,g)\right)$ и $S\left(\hat{\theta}(R,v,g)\right)$ шаг суммирования по объему испытаний $v\in[1E+3;1E+5]$ и величине времени ВБР $g\in[1E+3;1E+5]$ производился по степеням с шагом равным единице, а именно: 1E + 03, 1E + 04, 1E + 05. Процесс вычисления функционалов $A\left(\hat{\theta}(R,v)\right)$ и $B\left(\hat{\theta}(R,v)\right)$ от объема испытаний v не зависит.

Заметим, что при вычислениях варьирование шагом и диапазоном суммирования приводит к изменению результата функционала, но не меняет сути вещей – результат сравнения оценок не меняется.

В качестве оценки ВБР всегда следует использовать традиционную несмещенную оценку [1], а именно:

$$\hat{P}(g)=\left(1-\frac{g}{N\tau}\right)^{r},\ \text{при}\ \frac{g}{N\tau}<1;\ \hat{P}(g)=0,\ \text{при}\ \frac{g}{N\tau}\geq 1, \tag{11}$$

кроме безотказных испытаний. В этом случае следует использовать смещенную, эффективную и неявно заданную оценку ВБР $\ddot{P}=\exp\left(-\frac{g}{\ddot{T}}\right)$. Для безотказных испытаний оценку $\ddot{P}$ можно применять как для плана типа $NB\tau$, так и для плана типа NБτ.

Пример 1. По результатам безотказных испытаний объемом 1000 ч требуется сделать оценку СНДО.

В качестве эффективной оценки можно выбрать два варианта:

$$\overline{T}(r=0)=\frac{1,5v}{\hat{\Delta}(0)}=\frac{1,5\cdot 1000}{0,6931}=2164\ \text{ч};$$

$$T_{01}(r=0)=2v=2000\ \text{ч}.$$

Пример 2. По результатам безотказных испытаний объемом 1000 ч требуется сделать оценку ВБР за время 1000 ч.

В качестве эффективной оценки можно выбрать два варианта:

$$\ddot{P}(r=0)=\exp\left(-\frac{g}{\ddot{T}}\right)=\exp\left(-g\,/\,\frac{4v}{\hat{\Delta}(0)}\right)=\exp\left(-\frac{1000\cdot 0,6931}{4\cdot 1000}\right)=0,841,$$

$$\dot{P}\left(r=0\right)=\exp\left(-\frac{g}{T_{04}}\right)=\exp\left(-\frac{1000}{6\cdot 1000}\right)=0,846\,.$$

Заключение

1. Интегральный подход показал свою эффективность при выявлении свойств неявно заданных оценок.

2. Неявно заданная оценка СНДО $\overline{\overline{T}}$ (формула (6)) является эффективной среди предложенных смещенных оценок (см. табл. 1). Для безотказных испытаний оценку $\overline{\overline{T}}$ можно применять как для плана типа $NB\tau$, так и для плана типа $N\text{Б}\tau$.

3. В качестве оценки ВБР всегда следует использовать традиционную несмещенную оценку (формула (11)), кроме безотказных испытаний. В этом случае следует использовать смещенную, эффективную (в классе смещенных оценок) и неявно заданную оценку ВБР $\ddot{P}=\exp\left(-\frac{g}{\ddot{T}}\right)$ (формула (9)).

Для безотказных испытаний оценку $\ddot{P}$ можно применять как для плана типа $NB\tau$, так и для плана типа $N\text{Б}\tau$.

Оценка $\dot{P}=\exp\left(-\frac{g}{T_{04}}\right)$ как более простая в сравнении с $\ddot{P}=\exp\left(-\frac{g}{\ddot{T}}\right)$ может также считаться эффективной оценкой.

Библиографический список

1. *Гнеденко, Б. В.* Математические методы в теории надежности / Б. В. Гнеденко, Ю. К. Беляев, А. Д. Соловьев. – Москва : Наука, 1965. – 524 с.
2. *Шуленин, В. П.* Математическая статистика. Ч. 1. Параметрическая статистика / В. П. Шуленин. – Томск : Изд-во НТЛ, 2012. – 540 с.
3. *Михайлов, В. С.* Нахождение эффективной оценки средней наработки на отказ / В. С. Михайлов // Надежность и контроль качества. – 1988. – № 9. – С. 6–11.
4. *Михайлов, В. С.* Нахождение эффективной оценки средней наработки на отказ / В. С. Михайлов // Надежность. – 2016. – № 4. – С. 40–42.
5. *Михайлов, В. С.* Оценка вероятности безотказной работы по результатам испытаний, не давших отказы / В. С. Михайлов // Надежность и качество сложных систем. – 2017. – № 2 (18). – С. 62–66.
6. *Боровков, А. А.* Математическая статистика / А. А. Боровков. – Новосибирск : Наука; Изд-во Института математики, 1997. – 772 с.

References

1. Gnedenko B. V., Belyaev Yu. K., Solov'ev A. D. *Matematicheskie metody v teorii nadezhnosti* [Mathematical methods in reliability theory]. Moscow: Nauka, 1965, 524 p. [In Russian]
2. Shulenin V. P. *Matematicheskaya statistika. Chast' 1. Parametricheskaya statistika* [Mathematical statistics. Part 1. Parametric statistics]. Tomsk: Izdatel'stvo NTL, 2012, 540 p. [In Russian]
3. Mikhaylov V. S. *Nadezhnost' i kontrol' kachestva* [Reliability and quality control]. 1988, no. 9, pp. 6–11. [In Russian]
4. Mikhaylov V. S. *Nadezhnost'* [Reliability]. 2016, no. 4, pp. 40–42. [In Russian]
5. Mikhaylov V. S. *Nadezhnost' i kachestvo slozhnykh system* [Reliability and quality of complex systems]. 2017, no. 2 (18), pp. 62–66. [In Russian]
6. Borovkov A. A. *Matematicheskaya statistika* [Mathematical statistics]. Novosibirsk: Nauka; Izd-vo Instituta matematiki, 1997, 772 p. [In Russian]

Михайлов Виктор Сергеевич
ведущий инженер,
Центральный научно-исследовательский институт химии и механики им. Д. И. Менделеева
(115487, Россия, г. Москва, ул. Нагатинская, 16а)
E-mail: Mvs1956@list.ru

Mikhailov Viktor Sergeevich
lead engineer,
Central Research Institute of Chemistry and Mechanics named after D. I. Mendeleev
(115487, 16a Nagatinskaya street, Moscow, Russia)

Образец цитирования:

Михайлов, В. С. Неявные оценки для плана с ограниченным временем испытаний и восстановлением изделий в случае возникновения отказа / В. С. Михайлов // Надежность и качество сложных систем. – 2019. – № 2 (26). – С. 35–42. – DOI 10.21685/2307-4205-2019-2-5.